Remplir vos réponses directement sur le sujet. Merci d'indiquer votre nom. Aucun document ni appareil électronique n'est autorisé. Un barème est donné à titre indicatif.

Nom : .... **Prénom :** ....

1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

   $f_1(x) = 3(1-4x)^{10} + \cos\left(\frac{x}{\pi}\right) e^{x^2}$ $\qquad f_1'(x) =$

   $f_2(x) = \arctan(\sqrt{1+x^2})$ $\qquad f_2'(x) =$

   $f_3(x) = \pi\left(2 + e^{\sqrt[3]{x}} - \cos(x)\right)^{\ln(x)}$ $\qquad f_3'(x) =$

   $f_4(x) = x^{x^x}$ $\qquad f_4'(x) =$

   Indication : On rappelle que $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

2. Déterminer une équation de la tangente au graphe de $f : x \mapsto \log_2(x^2-1)$ au point d'abscisse 3.

3. **Preuve de la formule** $(uv)' = u'v + uv'$

Dans cet exercice, on se propose de prouver la fameuse formule $(uv)' = u'v + uv'$ de la dérivée d'un produit. Pour cela, on se donne $I \subset \mathbb{R}$ un intervalle réel et deux fonctions réelles $u, v : I \to \mathbb{R}$ définies sur I. On fixe $a \in I$, et on suppose que u et v sont dérivables en a. On note $uv : I \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $(uv)(x) = u(x)\,v(x)$ pour $x \in I$.

(a) Montrer que pour tout $x \in I$ avec $x \neq a$, on a

$$\frac{(uv)(x) - (uv)(a)}{x - a} = u(x) \times \frac{v(x) - v(a)}{x - a} + \frac{u(x) - u(a)}{x - a} \times v(a)$$

(b) En déduire que la fonction uv est dérivable en a et que

$$(uv)'(a) = u(a)v'(a) + u'(a)v(a)$$