

n°3 – Trigonométrie 1 (corrigé)

I Angles (aspect fondamental)

1. (SF46) Trouver une formule générale pour $(\alpha$ en degrés) en fonction de $(\alpha$ en radian).

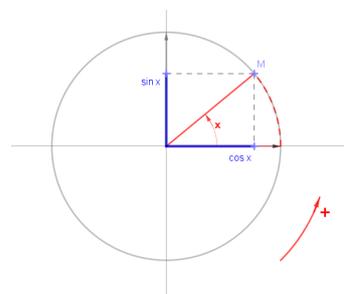
Solutions

Utiliser $\alpha/360^\circ \hat{=} \alpha/2\pi : (\alpha \text{ en degrés}) = (\alpha \text{ en radian}) \times 180^\circ/\pi$

2. (SF46) Un angle α mesure $\pi/4$ radians ; quelle est sa valeur en degrés ?
3. (SF212) Dessiner l'angle sur un cercle trigonométrique (rayon 1, angle 0 le long de l'axe positif des x). Indiquer sur le même schéma les valeurs de $\sin(\alpha)$ et de $\cos(\alpha)$.
Quelles sont ces valeurs ?
4. (SF212,SF46) Mêmes questions pour $\alpha = 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$.

Solutions

| α | Valeur en degré | $\sin(\alpha)$ | $\cos(\alpha)$ |
|----------|-----------------|----------------|----------------|
| $\pi/4$ | 45° | $1/\sqrt{2}$ | $1/\sqrt{2}$ |
| $3\pi/4$ | 135° | $1/\sqrt{2}$ | $-1/\sqrt{2}$ |
| $5\pi/4$ | 225° | $-1/\sqrt{2}$ | $-1/\sqrt{2}$ |
| $7\pi/4$ | 315° | $-1/\sqrt{2}$ | $1/\sqrt{2}$ |

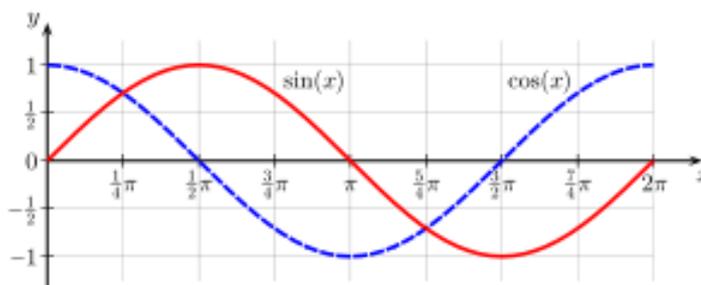


(remplacer x par α)

II Les fonctions $\sin(x)$ et $\cos(x)$ (aspect fondamental)

1. (SF46,SF47) Dessiner les fonctions $\sin(x)$ et $\cos(x)$ dans l'intervalle $x = [0, 2\pi]$.

Solutions



2. (SF46) Donner les valeurs de $\sin(\pi/3)$ et de $\cos(\pi/3)$. (Vérifier $\sin^2(\pi/3) + \cos^2(\pi/3) = 1$).

Solutions

$$\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2, \cos(\pi/3) = 1/2$$

3. (SF46) Quelle valeur Δx faut-il ajouter afin que $\sin(x + \Delta x)$ coïncide avec $\cos(x)$?

Solutions

$\sin(x + \pi/2) = \cos(x)$ (paradoxe : il faut ajouter $+\pi/2$ à l'argument de $\sin(x)$ pour décaler la courbe rouge par $-\pi/2$ à gauche).

4. (SF46) Quelles sont les relations entre $\sin(x)$ et $\sin(x \pm \pi)$, et entre $\cos(x)$ et $\cos(x \pm \pi)$?

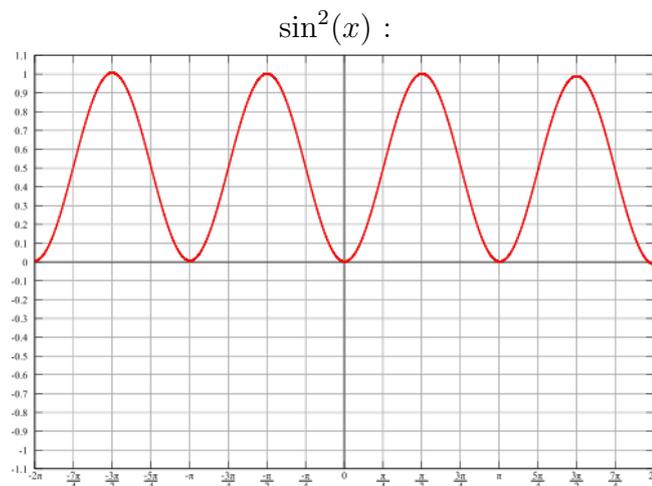
Solutions

$\sin(x \pm \pi) = -\sin(x)$, $\cos(x \pm \pi) = -\cos(x)$.

5. (SF47) Dessiner la fonction $\sin^2(x)$ dans l'intervalle $x = [0, 2\pi]$.

Comment peut-on vérifier graphiquement la relation $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$?

Solutions



L'intervalle entre la courbe et l'horizontale à $+1$ correspond à $\cos^2(x)$.

6. (SF46) Quelle est la période de la fonction $\sin(kx)$ (k est une constante) ?

Solutions

La période de la fonction $\sin(kx)$ est $2\pi/k$: $\sin(k(x + 2\pi/k)) = \sin(kx + 2\pi) = \sin(kx)$.

III La fonction $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$

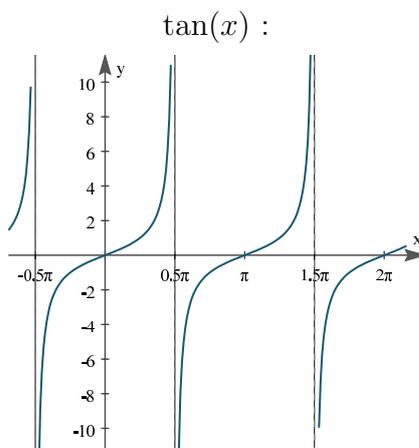
1. (SF46) Lesquelles des fonctions $\sin(x)$, $\cos(x)$ et $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$ sont paires/impaires par rapport à $x \rightarrow -x$?

Solutions

$\sin(x)$ et $\tan(x)$ sont impaires, $\cos(x)$ est paire.

2. ^(SF46) Dessiner la fonction $\tan(x)$ dans l'intervalle $x = [0, 2\pi]$. Identifier l'origine des singularités et les signes à droite et à gauche des singularités.

Solutions



Singularités : $\cos(x) \rightarrow 0$. Pour les signes voir les schémas de $\sin(x)$ et de $\cos(x)$.

3. ^(SF46) Donner la valeur de $\tan(-\pi/4)$.

Solutions

$\tan(-\pi/4) = -1$.

4. ^(SF46) Exprimer $\tan(\pi/2 - \alpha)$ en fonction de $\tan(\alpha)$.

Solutions

$\tan(\pi/2 - \alpha) = \sin(\pi/2 - \alpha) / \cos(\pi/2 - \alpha) = -\cos(\alpha) / \sin(-\alpha) = \cos(\alpha) / \sin(\alpha) = 1 / \tan(\alpha)$
 ($\equiv \cot(\alpha)$).

