Remplir vos réponses directement sur le sujet. Merci d'indiquer votre nom. Un barême est donné à titre indicatif. Aucun document ni appareil électronique n'est autorisé.

Nom : .... **Prénom :** ....

1. **(5 points)** Calculer les dérivées par rapport à x des fonctions suivantes

$$f_1(x) = x^3 - \tan(2x), \qquad f_1'(x) =$$

$$f_2(x) = e^{1-2x^3}, \qquad f_2'(x) =$$

$$f_3(x) = \frac{2+x}{3-x}, \qquad f_3'(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{2+\cos(x)}{3-\cos(x)}, \qquad f_4'(x) =$$

$$f_5(x) = \sin(\cos(x)), \qquad f_5'(x) =$$

2. **(5 points)** Calculer les valeurs des dérivées suivantes aux points indiqués :

(a) $f_1(x) = 3x^2 - 5x + 10$

$$f_1'(0) = \qquad f_1'(-1) =$$

(b) $f_2(x) = \frac{1}{2}(x-1)^6 - (x-2)^4 + 1$

$$f_2'(1) = \qquad f_2'(2) =$$

(c) $f_3(x) = \frac{\sin(2x)}{\sqrt{3}}$

$$f_3'(0) = \qquad f_3'(\pi/6) =$$

(d) $f_4(x) = 1 - 2\cos(6-3x)$

$$f_4'(2) = \qquad f_4'(2+\pi/3) =$$

(e) $f_5(x) = (2x-7)^8$

$$f_5'(3) = \qquad f_5'(4) =$$

3. (a) **(4+1 points)** Donner les primitives des fonctions usuelles suivantes

$$f_1(x) = x^{52}, \qquad F_1(x) =$$

$$f_2(x) = \sin(x), \qquad F_2(x) =$$

$$f_3(x) = \sqrt[5]{x}, \qquad F_3(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{1}{x}, \qquad F_4(x) =$$

$$f_5(x) = \tan(x), \qquad F_5(x) =$$

(b) **(1 point)** Si $u : I \to]0, +\infty[$ est une fonction à valeurs strictement positives, rappelez l'expression de la dérivée de $\ln u : t \mapsto \ln(u(t))$ en fonction de $u(t)$ et $u'(t)$:

$$(\ln u)'(t) =$$

(c) **(2 points)** En déduire l'expression d'une primitive $G(t)$ de $g(t) = \frac{\exp(\lambda t)}{2+\exp(\lambda t)}$ où $\lambda > 0$ est une constante.

$$G(t) =$$

4. **(3 points)** Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_2^4 \frac{x-2}{5}\, dx =$$

$$\int_0^{t_0} \alpha \exp\left(\frac{t_0 - t}{T}\right) dt =$$

(où $\alpha \in \mathbb{R}, t_0 > 0$ et $T > 0$ sont des constantes)

$$\int_0^{\pi} 2 \sin\left(-\frac{y}{3}\right) dy =$$

$$\int_0^2 \frac{2}{5s+1}\, ds =$$