Remplir vos réponses directement sur le sujet. Merci d'indiquer votre nom. Un barême est donné à titre indicatif. Aucun document ni appareil électronique n'est autorisé.

Nom : .... **Prénom :** ....

1. **(5 points)** Calculer les dérivées par rapport à x des fonctions suivantes

$$f_1(x) = x^2 + \tan(3x), \qquad f_1'(x) =$$

$$f_2(x) = e^{3x^2+7}, \qquad f_2'(x) =$$

$$f_3(x) = \frac{1-2x}{1+2x}, \qquad f_3'(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{1-2e^x}{1+2e^x}, \qquad f_4'(x) =$$

$$f_5(x) = \cos(\sin(x)), \qquad f_5'(x) =$$

2. **(5 points)** Calculer les valeurs des dérivées suivantes aux points indiqués :
   (a) $f_1(x) = 3x^2 + 4x - 7$

   $$f_1'(0) = \qquad f_1'(1) =$$

   (b) $f_2(x) = 3(x-3)^5 - (x-4)^7 + 11$

   $$f_2'(3) = \qquad f_2'(3) =$$

   (c) $f_3(x) = \frac{\cos(2x)}{\sqrt{2}}$

   $$f_3'(0) = \qquad f_3'(\pi/8) =$$

   (d) $f_4(x) = 5\sin(6-2x) + x$

   $$f_4'(3) = \qquad f_4'(3+\pi/3) =$$

   (e) $f_5(x) = (2x-5)^{10} - 1$

   $$f_5'(1) = \qquad f_5'(3) =$$

3. (a) **(4+1 points)** Donner une primitive des fonctions usuelles suivantes

$$f_1(x) = x^{101}, \qquad F_1(x) =$$

$$f_2(x) = \sin(x), \qquad F_2(x) =$$

$$f_3(x) = \sqrt[3]{x}, \qquad F_3(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{1}{x^2}, \qquad F_4(x) =$$

$$f_5(x) = \frac{1}{x^2+1}, \qquad F_5(x) =$$

(b) **(1 point)** Si $f : I \to]0, +\infty[$ est une fonction à valeurs strictement positives et $\alpha \in \mathbb{R}$ un réel, rappelez l'expression de la dérivée de $f^\alpha : t \mapsto f(t)^\alpha$ en fonction de α, $f(t)$ et $f'(t)$:

$$(f^\alpha)'(t) =$$

(c) **(2 points)** En déduire l'expression d'une primitive $G(t)$ de $g(t) = \frac{\sin(t/\tau)}{\sqrt{2+\cos(t/\tau)}}$ où $\tau > 0$ est une constante.

$$G(t) =$$

4. **(3 points)** Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_2^5 \frac{x-5}{3}\, dx =$$

$$\int_0^{t_0} A \exp\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) dt =$$

(où $A \in \mathbb{R}, t_0 > 0$ et $\tau > 0$ sont des constantes)

$$\int_0^{\pi} \sqrt{3} \cos\left(\frac{u}{6}\right) du =$$

$$\int_0^1 \frac{3}{(2v+1)^2}\, dv =$$