

---

## Calculus Math 101 : Test 2

Durée : 30 minutes

---

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en **justifiant** par une preuve ou un contre-exemple. Aucun document ou appareil électronique n'est autorisé pour cette épreuve. Un barème est donné à titre indicatif.

1. **(1 point)** Toute fonction continue  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$  est constante.
2. **(1 point)** Soit  $f$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  telle que pour tout  $x \in \mathbb{R}$

$$x \leq f(x) \leq x + 1 - \sin(x)$$

alors  $f$  admet une limite en 0.

3. **(1 point)** La fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $g(x) = (e^{\sin x} - 1) \ln(3 + \cos(1/x))$  est prolongeable par continuité en 0.
4. **(2 points)** Pour  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \qquad b_n = a_n + \frac{1}{n}$$

alors les suites  $(a_n)_{n \geq 1}$  et  $(b_n)_{n \geq 1}$  sont adjacentes.