

**Calculus Math151 : Test 4**

Durée : 30 minutes Total : 5 points + (0,5 bonus)

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en **justifiant** par une preuve ou un contre-exemple. Aucun document ou appareil électronique n'est autorisé pour cette épreuve. Un barême est donné à titre indicatif.

**ATTENTION** : Des modifications mineures ont été apportées (délibérément) aux énoncés originaux, mais le raisonnement devrait être essentiellement le même.

1. **(1 point)** Si la fonction  $f : [-3, 3] \rightarrow [-1, 1]$  est bijective et impaire. Alors sa réciproque  $f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [-3, 3]$  est aussi impaire.
2. **(1 point)** Si  $\phi : ]-1, 1[ \rightarrow ]-1, 1[$  est une bijection de classe  $\mathcal{C}^1$ , alors sa réciproque  $\phi^{-1}$  est aussi de classe  $\mathcal{C}^1$ .
3. **(2 points)** La suite récurrente  $(u_n)_{n \geq 0}$  définie par  $u_0 \in \mathbb{R}$  et  $u_{n+1} = 1 + \arctan\left(\frac{u_n}{2}\right)$  est convergente.
4. **(1 point)** On a la limite suivante

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

(Bonus) que vaut la limite suivante :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{k}{2n^2 + 3k^2} \right)$$