

Calculus Math151 : Test 2

Durée : 30 minutes

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en **justifiant** par une preuve ou un contre-exemple. Aucun document ou appareil électronique n'est autorisé pour cette épreuve. Un barème est donné à titre indicatif.

1. (1 point) Toute fonction continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ est constante.
2. (1 point) Soit f est une fonction définie sur \mathbb{R} telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$

$$x \leq f(x) \leq x + 1 - \sin(x)$$

alors f admet une limite en 0.

3. (1 point) La fonction g définie sur \mathbb{R}^* par $g(x) = (e^{\sin x} - 1) \ln(3 + \cos(1/x))$ est prolongeable par continuité en 0.
4. (2 points) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \qquad b_n = a_n + \frac{1}{n}$$

alors les suites $(a_n)_{n \geq 1}$ et $(b_n)_{n \geq 1}$ sont adjacentes.